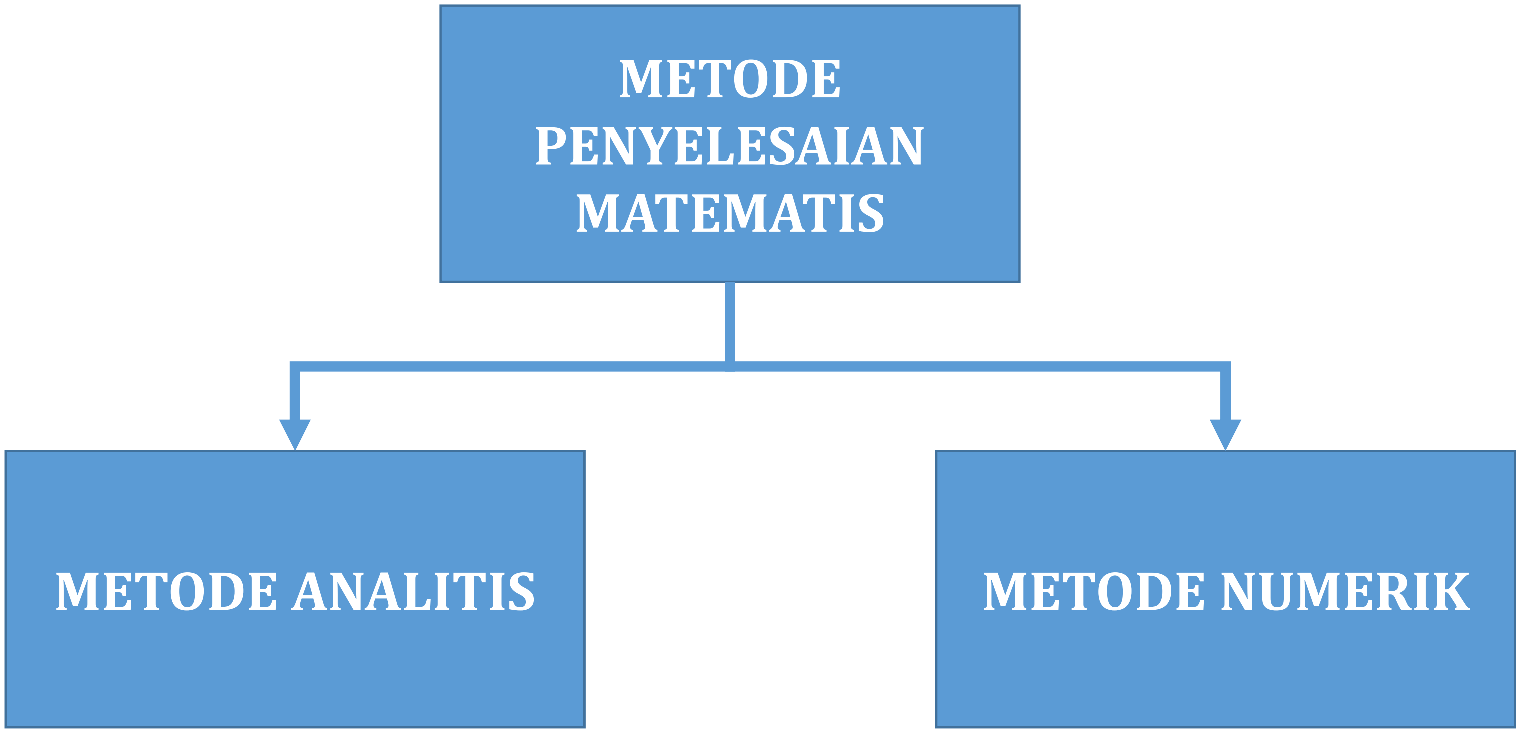
METODE NUMERIK

PENGENALAN

DISUSUN OLEH: ZULFIKAR, ST., MT.

METODE PENYELESAIAN MATEMATIS



V, jarak, waktu
V = L/T

V, massa, tekanan
V, M, P

PENGERTIAN METODE NUMERIK

Metode numerik adalah teknik-teknik yang digunakan untuk merumuskan masalah matematik agar dapat diselesaikan dengan operasi hitungan.

Metode alternatif dalam menyelesaikan persoalan-persoalan matematis yang tidak dapat diselesaikan secara analitik.

Dalam metode numerik keputusan menerima atau menolak suatu jawaban aproksimasi berdasarkan pada toleransi kedekatan yang disepakati

ALAT PENDUKUNG METODE NUMERIK

Kemajuan teknologi komputer saat ini memberi peluang besar untuk mendapatkan nilai aproksimasi yang cepat dan akurat yang pada akhirnya meringankan kerja si pengguna metode numerik.

BAWA LAPTOP BAGI YANG MEMILIKI SELAMA KULIAH METODE NUMERIK

CONTOH KASUS

Karakteristik pompa sentrifugal yang digunakan untuk membantu proses pengaliran fluida dari sebuah tangki (L1) ke tangki lain (L2) melalui sebuah pipa berdiameter D adalah terletak pada hubungan antara Head pompa (H_m) dalam satuan centimeter dengan Debit (Q) dalam satuan centimeter kubik per detik. Model matematika untuk karakteristik pompa demikian diberikan dalam bentuk :

$$H_m = 3718,5 - 2,3495\,Q + 7,84774^{-4}\,Q^2 - 9,5812\text{x}10^{-8}\,Q^3$$

metode numerik selalu melibatkan cara iterasi (proses yang berulang)

PERANGKAT LUNAK (SOFTWARE)

- SPREAD SHEET (MS. EXCEL)
- TURBO PASCAL
- FORTRAN
- MATHEMATICA
- MAPLE
- BASIC
- C++
- TURBO C

BILANGAN DAN ANGKA SIGNIFIKAN

BILANGAN REAL

BIL. EKSAK

Bil. Asli, Bulat, rasional, dan irrasional
Contoh:

2, 3, $\sqrt{2}$, π, e, dll

BIL. NON-EKSAK

Bilangan Aproksimasi (pembulatan, pendekatan, hampiran)

Bil. Irrasional yang ditulis dalam bentuk bilangan decimal.

Contoh:
π = 3,1416 (teliti empat decimal)
atau 3,14159265 (teliti hingga delapan decimal)

BILANGAN DAN ANGKA SIGNIFIKAN (Lanjutan)

Angka-angka yang menyatakan suatu bilangan disebut angka-angka signifikan

Contoh:

3,1416
4,0485 terdiri dari 5 (lima) angka signifikan

0,44668 ➔ terdiri dari 5 (lima) angka signifikan
0,00023 ➔ terdiri dari 2 (dua) angka signifikan

BILANGAN DAN ANGKA SIGNIFIKAN (Lanjutan)

Pembulatan Bilangan ialah memotong/menyingkat penulisan bilangan-bilangan yang tersusun panjang yang terdapat dibelakang tanda koma “,” (versi indonesia) atau tanda titik “.” (versi western).

Untuk membulatkan suatu bilangan sampai ke n angka signifikan, hilangkan semua bilangan yang ada setelah angka ke n+1

(a) kurang dari 5 (setengah satuan), maka angka ke n tidak berubah (tetap).
(b) lebih besar dari 5 (setengah satuan), maka angka ke n bertambah satu (satu satuan).
(c) tepat 5 (setengah satuan), maka angka ke n bertambah satu (satu satuan) bila angka ke **n ganjil**, selain itu tetap.

BILANGAN DAN ANGKA SIGNIFIKAN (Lanjutan)

Bilangan-bilangan berikut dibulatkan sampai empat angka signifikan :

1,6583	ke	1,658
30,0567	ke	30,06
0,859378	ke	0,8594
3,14159	ke	3,142

SELESAI

PERTEMUAN KE-2

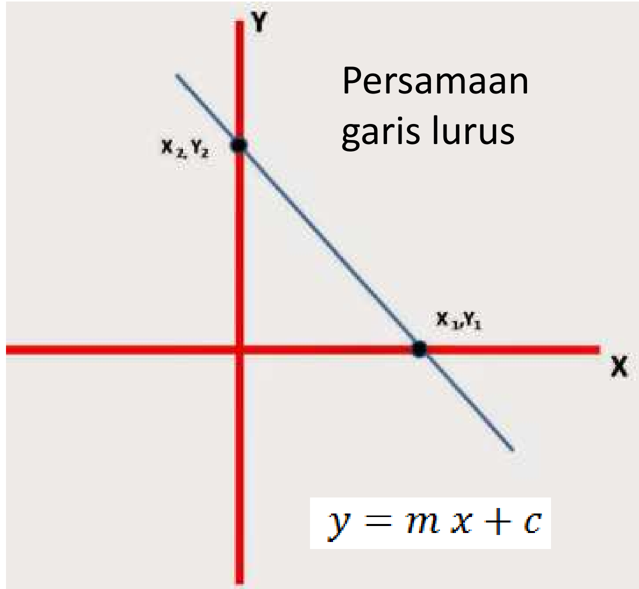
PERSAMAAN GARIS DAN MATRIKS

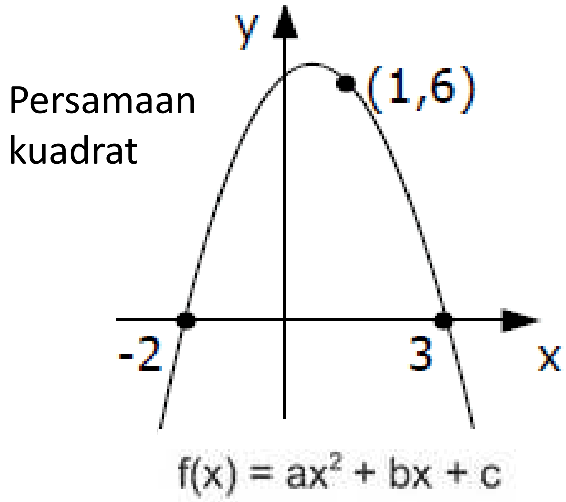
DISUSUN OLEH: ZULFIKAR, ST. MT.

PERSAMAAN GARIS

DEFINISI

- Sebuah persamaan aljabar, yang tiap sukunya mengandung konstanta, atau perkalian konstanta dengan variabel tunggal.
- Perbandingan antara selisih koordinat y dan koordinat x dari dua titik yang terletak pada suatu garis.

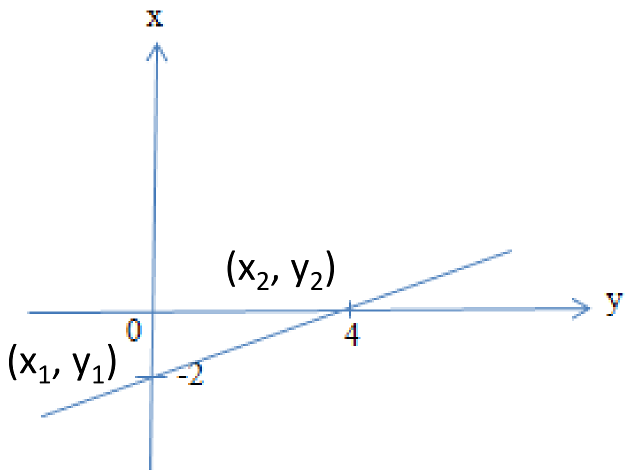




PERSAMAAN GARIS LURUS

Persamaan Dasar

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$



$x_1 = 0$; $y_1 = -2$; $x_2 = 4$; $y_2 = 0$

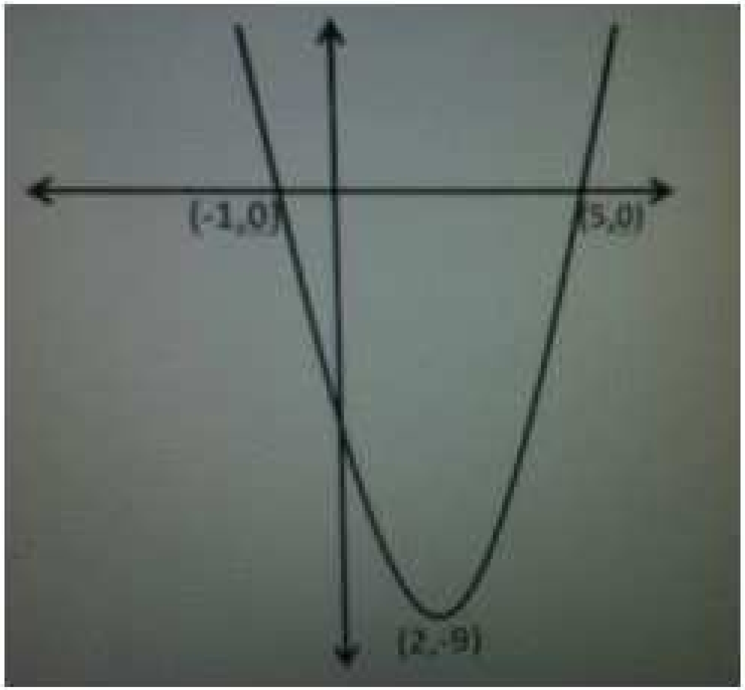
$$\frac{y - (-2)}{0 - (-2)} = \frac{x - 0}{4 - 0}$$

$y + 2 = \frac{1}{2} x$

$y = \frac{1}{2} x - 2$ (jawaban)

PERSAMAAN KUADRAT

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$



Titik koordinat yang diketahui: (-1,0), (2,-9), (5,0)

$0 = a(-1)^2 + (-1)b + c$ (1)
$-9 = a(2)^2 + (2)b + c$ (2)
$0 = a(5)^2 + (5)b + c$ (3)

Selesaikan ketiga persamaan tersebut sehingga diperoleh nilai konstanta a, b, dan c:

$a = 1$, $b = -4$, dan $c = -5$

Sehingga persamaan garis grafik tersebut:

$$\mathbf{y = x^2 - 4x - 5}$$

PERSAMAAN MATRIKS

Persamaan linear:

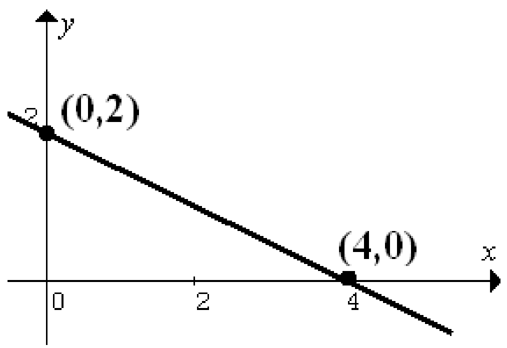
2x + 3y = 5
x – 6y = 8

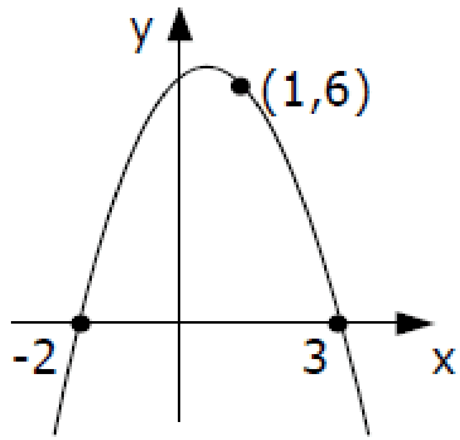
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 8 \end{Bmatrix}$$

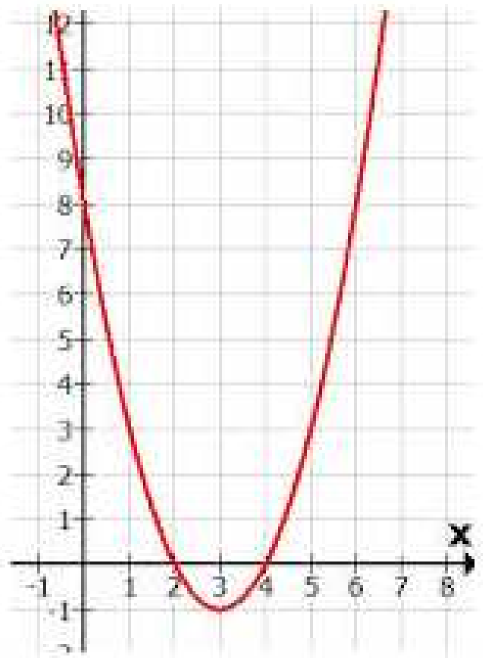
A + 3B + 5C + 2D = 15
A – 5B – 10C + 8D = 20
A + C – 5D = 18
C – 10D = -12

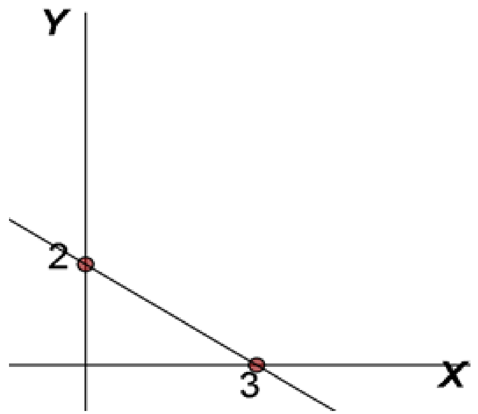
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ 1 & -5 & -10 & 8 \\ 1 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -10 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 15 \\ 20 \\ 18 \\ -12 \end{Bmatrix}$$

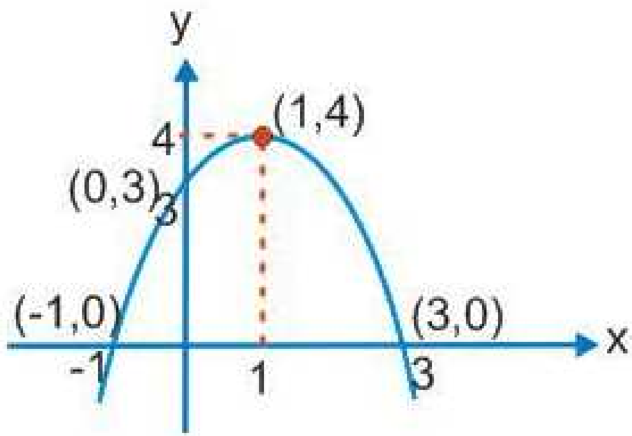
LATIHAN PERSAMAAN GARIS











LATIHAN PERSAMAAN MATRIKS

$2X_1 + 4X_2 + 6X_3 = 46$
$X_1 – 8X_2 + 12X_3 = 20$
$-10X_1 + 13X_3 = -12$

$12P + 24Q – 32R + 10S = 202$
$2{,}5P – 44Q + 9R – 32S = 204{,}5$
$R + 10S = 101{,}8$
$9P – 42R – 9S = 105$

$32A – 24 – 20B + 28C = 0$
$98A + 72B – 31C + 23D = 0$
$45A – 26B + 75 - 44D = 0$
$36B + 88C – 64D = 0$

SELESAI

METODE NUMERIK

GALAT (KESALAHAN HITUNG) dan TOLERANSI

DISUSUN OLEH: ZULFIKAR, ST., MT.

PENGERTIAN

Data numerik adalah suatu aproksimasi (taksiran) yang sesuai sampai dengan dua, tiga, atau lebih tempat desimal.

Galat dalam hasil perhitungan mungkin disebabkan oleh galat data, atau galat di dalam pemakaian suatu metode, atau kedua-duanya.

JENIS GALAT

$$\text{kesalahan mutlak} = |\text{perkiraan} - \text{nilai sebenarnya}|$$

$$\text{kesalahan relatif} = \left|\frac{\text{perkiraan} - \text{nilai sebenarnya}}{\text{nilai sebenarnya}}\right|$$

$$\text{kesalahan mutlak semu} = |\text{perkiraan sebelum} - \text{perkiraan berikut}|$$

$$\text{kesalahan relatif semu} = \left|\frac{\text{perkiraan sebelum} - \text{perkiraan berikut}}{\text{perkiraan berikut}}\right|$$

TOLERANSI

Toleransi didefinisikan sebagai batas penerimaan suatu galat

CONTOH

Tentukan nilai x (aproksimasi) yang memenuhi persamaan dibawah ini dengan toleransi hingga 2%.

$$2x^3 - 7x + 2 = 0$$

Latihan

$$X^3 - 3X^2 - X + 3 = 0$$

$$X^3 - 2X^2 - 5X - 4 = 0$$

$$2X^3 + 3X^2 - 6X - 8 = 0$$

METODE NUMERIK

METODE ITERASI

DISUSUN OLEH: ZULFIKAR, ST., MT.

PENGERTIAN

Suatu proses atau metode perhitungan yang digunakan secara berulang-ulang (pengulangan) dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematik.

dimulai dengan aproksimasi x_0 *untuk suatu akar* α *dan dari hasil tersebut dilakukan aproksimasi* x_1 *sebelum aproksimasi* x_2 *demikian seterusnya (berulang-ulang), sehingga mendapatkan aproksimasi dengan ketelitian yang diinginkan diperoleh.*

PERSYARATAN

1. Aproksimasi x_0
2. Metode atau formula untuk memperoleh aproksimasi x_{n+1} dalam suku-suku dari aproksimasi x_n

Konsep iterasi

Fungsi sebuah persamaan aljabar :

$$f(x) = 0$$

Diubah menjadi persamaan x tunggal:

$$x = F(x)$$

Masukkan nilai aproksimasi x_0 sehingga diperoleh x_1, demikian seterusnya sehingga nilai aproksimasi x_n akan menghasilkan nilai baru x_{n+1}.

$$x_{n+1} = F(x_n)$$

Lanjutan **Konsep iterasi**

Proses iterasi dihentikan jika telah memenuhi persyaratannya, yaitu:

$$\textbf{Galat} \leq \textbf{Toleransi}$$

LATIHAN

1. $0{,}3375x^3 - 2{,}5625x^2 + 5{,}9275x - 4{,}025 = 0$

2. $\mathrm{e}^{-x} - x = 0$

3. $\mathrm{Sin}(3x^3 + 2x - 1) = 0$

METODE NUMERIK

METODE BELAH DUA (BISECTION)

DISUSUN OLEH: ZULFIKAR, ST. MT.

DEFINISI

Membagi daerah interval menjadi dua bagian yang sama.

Jika,
a = batas interval atas
b = batas interval bawah

$f(x_n) \approx 0$, terdapat pada nilai

$$x_n = (a + b) / 2 \tag{1}$$

Hingga memenuhi batas toleransi.

PROSEDUR

1. **Range (jangkauan) ➔ b < x < a**
2. **Persamaan (1) ➔ nilai x_0.**
3. **Jika $f(x_0)$ bernilai positif ➔ jangkauan kedua $x_0 < x < a$.**
4. **Langkah 2 dan 3 ➔ nilai x_1, x_2, x_3, dst**
5. **perhitungan dihentikan jika telah memenuhi batas toleransi**

$$\text{Galat} = \left|\frac{x_n - x_{n+1}}{x_{n+1}}\right| \times 100\%$$

Contoh

$$f(x) = xe^{-x} + \cos 2x$$

KISI-KISI UTS TAHUN 2019

Sebuah pompa memiliki hubungan persamaan antara debit air yang dipompa (Q, m^3/h) dan tinggi pancaran air (H) yang memenuhi persamaan:

$$H_m = 3718,5 - 2,3495\,Q + 7,84774^{-4}\,Q^2 - 9,5812\text{x}10^{-8}\,Q^3$$

Tentukan debit air yang dibutuhkan agar head pompa mencapai 20 m.

METODE NUMERIK

INTERPOLASI

DISUSUN OLEH:

ZULFIKAR, ST., MT.

DEFINISI

Metode yang digunakan untuk menghasilkan sebuah data baru dalam suatu jangkauan data dari suatu set diskret data-data yang diketahui.

Temperature, °C	S_T/S_{RT}
20	1.000
50	1.010
100	1.020
150	1.025
200	1.020
250	1.000
300	0.975
350	0.943
400	0.900
450	0.843
500	0.768
550	0.672
600	0.549

Berapakah faktor kekuatan bahan baja (ST/SRT) pada suhu 120 °C?

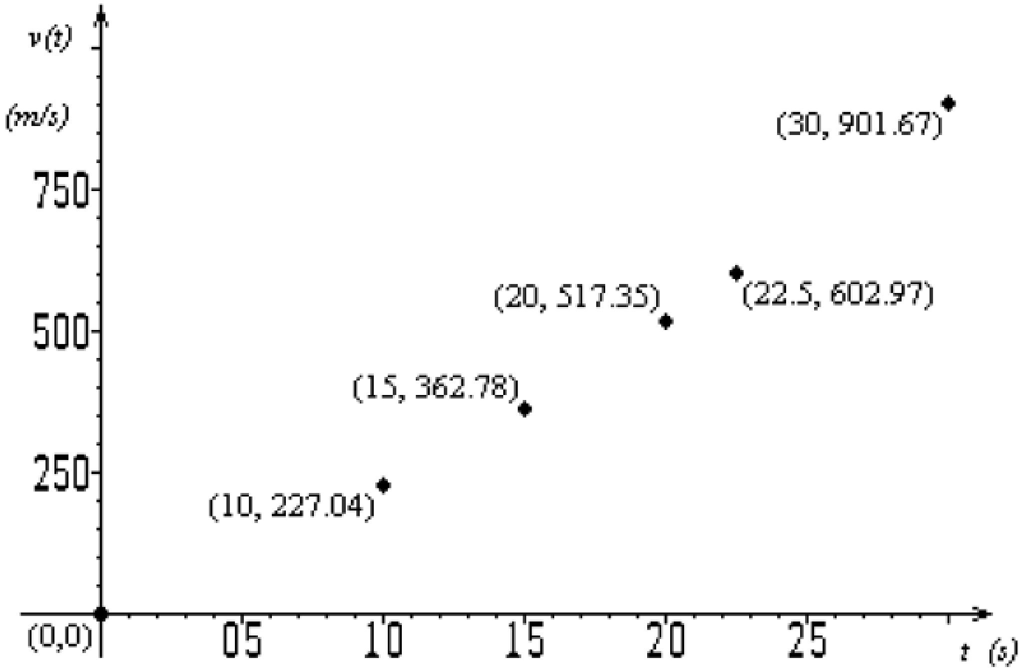
INTERPOLASI LINEAR

Pendekatan Garis Lurus

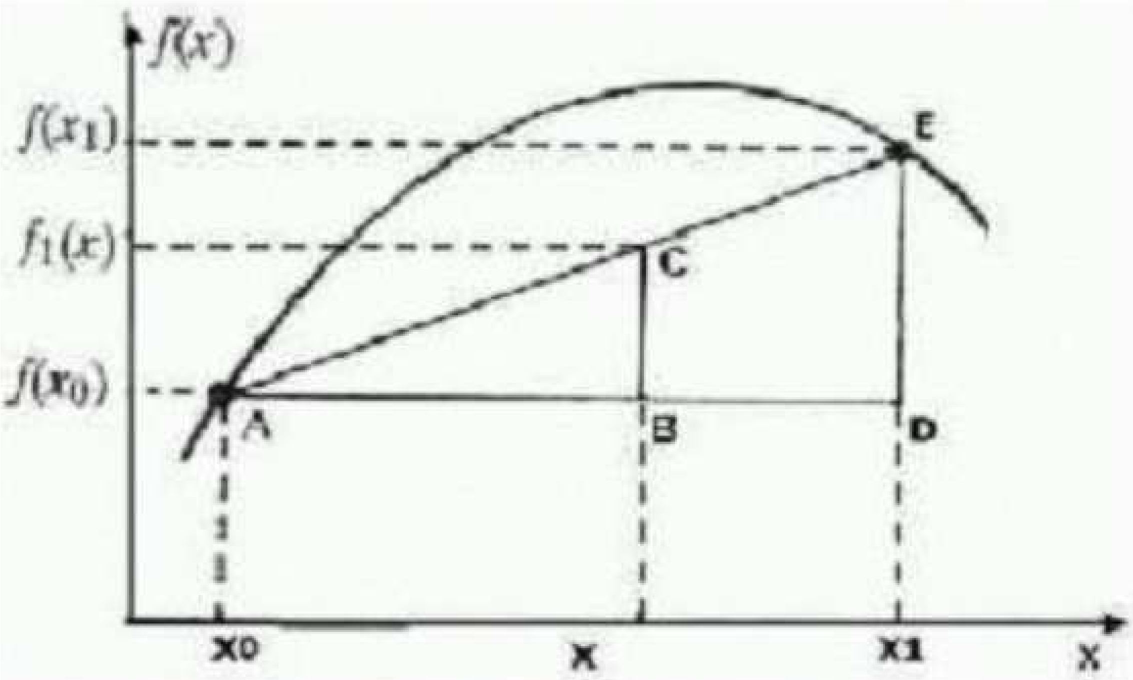
Perubahan data tidak terlalu bervariasi sehingga dapat diambil pendekatan melalui persamaan garis lurus antara dua titik yang berdekatan

CONTOH KASUS

t	v(t)
s	m/s
0	0
10	227.04
15	362.78
20	517.35
22.5	602.97
30	901.67



METODE INTERPOLASI LINEAR



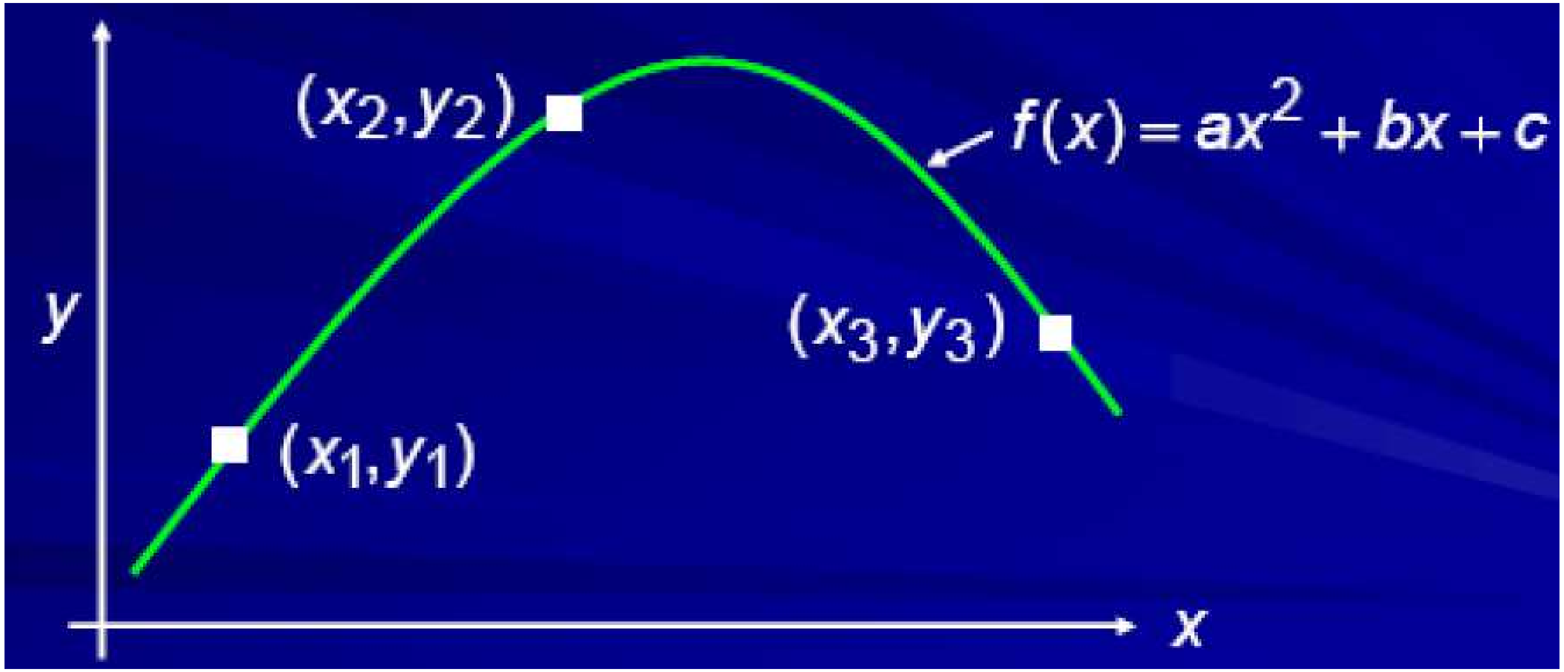
$$\frac{BC}{AB} = \frac{DE}{AD}$$

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{(x - x_0)} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{(x_1 - x_0)}$$

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{(x_1 - x_0)}.(x - x_0)$$

INTERPOLASI KUADRAT (POLYNOMIAL)

$F(x) = ax^2 + bx + c$



METODE INTERPOLASI KUADRAT

Dibutuhkan 3 titik dalam fungsi kuadrat:
(x1,y1), (x2, y2), & (x3,y3)

$$a x_1^2 + b x_1 + c = y_1$$
$$a x_2^2 + b x_2 + c = y_2$$
$$a x_3^2 + b x_3 + c = y_3$$

Koefisien a, b, dan c diperoleh dengan menggunakan eliminasi linear

CONTOH

t	v(t)
s	m/s
0	0
10	227.04
15	362.78
20	517.35
22.5	602.97
30	901.67

Tentukan kecepatan roket pada detik ke 25?

METODE NUMERIK

INTERPOLASI
LATIHAN

DISUSUN OLEH:

ZULFIKAR, ST., MT.

DATA 1

^oC	Q (l/s)
23	140.5
33	141.4
39	205.6
45	202.4
48	200.1
54	284.2
63	292.5
67	350
71	380
77	396.5

Berapakah debit aliran fluida pada suhu 50^oC?

DATA 3

Layer	Kekerasan (Shore D)
0	55
10	56
20	59.33
30	63
40	66.66
50	70.45
60	75.2
70	78.22
80	83.21
90	88.22
100	94.55

Perkiraan nilai kekerasan untuk 35 layer?

DATA 2

^oC	ΔL(mm)
120	0.47
190	0.46
220	0.42
250	0.37
310	0.36
340	0.32
380	0.33
450	0.31
500	0.27

^oC	ΔL(mm)
540	0.29
550	0.27
620	0.31
670	0.29
710	0.32
760	0.31
800	0.33
850	0.36
880	0.37

Berapakah ΔL pada suhu 600^oC?

DATA 4

Helix Angle (^{o})	Efficiency (%)
1	25.2
2.5	45.7
5	62
7.5	71.3
10	76.6
15	82.7
20	85.9
30	89.1

Perkiraan efisiensi RG pada sudut helix 12^o ?

SISTIM PERSAMAAN ALJABAR

Disusun Oleh: Zulfikar, ST., MT.

A. METODE ELIMINASI GAUSS-NAÏVE

Pendahuluan

Metode eliminasi Gauss-Naïve adalah suatu metode perhitungan yang digunakan untuk menyelesaikan beberapa persamaan aljabar dengan banyak variabel yang tidak diketahui. Metode ini membutuhkan suatu operasi perhitungan yang merubah suatu koefisien dalam suatu susunan persamaan aljabar menjadi angka NOL. Operasi ini menyebabkan perubahan pada koefisien-koefisien yang lain dalam persamaan tersebut.

Pada metode ini, persamaan-persamaan aljabar tersebut disusun dalam bentuk persamaan matriks. Perubahan koefisien matriksnya tersebut menghasilkan suatu jenis matriks segitiga atas, dimana pada akhirnya hanya meninggalkan setengah bagian yang masih berisi bilangan bukan nol.

Pada susunan persamaan terakhir, dalam metode ini hanya akan meninggalkan satu koefisien pada suku terakhir saja yang tidak di-eliminasi. Dengan demikian variabel-variabel tersebut dapat diperoleh dengan perhitungan aljabar biasa yang dimulai dari suku dan persamaan aljabar yang terakhir. Proses ini disebut dengan *Substitusi Terbalik*.

Dalam prakteknya, metode eliminasi Gauss-Naïve berbentuk pola persamaan matrik. Oleh karena itu, proses penyelesaian metode ini selalu diimplementasikan dalam bentuk persamaan matrik. Sebagai contoh, perhatikan tiga buah persamaan yang memiliki 3 buah variabel yang tidak diketahui, yaitu X_1, X_2, dan X_3.

$2.X_1 + 3.X_2 + X_4 = 20$
$12.X_1 + 5.X_2 + 2.X_4 = 12$
$4.X_1 – 6.X_2 + 9.X_4 = 36$

Ketiga persamaan tersebut dengan 3 buah variabel yang tidak diketahui dapat disusun kedalam bentuk persamaan matrik, sbb.:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 12 & 5 & 2 \\ 4 & -6 & 9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20 \\ 12 \\ 36 \end{Bmatrix}$$

Proses Perhitungan Eliminasi Gauss-Naïve

Dengan bantuan perhitungan persamaan matriks, maka persamaan matrik yang dibentuk adalah persamaan matrik segitiga atas. Persamaan ini didefinisikan sebagai persamaan yang memiliki nilai NOL pada setengah diagonal bawah matrik tersebut, seperti diperlihatkan pada gambar 1.

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ S \\ T \end{Bmatrix}$$

Gambar 1. Matrik segitiga atas

Langkah-langkah perhitungan metode eliminasi Gauss-Naïve adalah:

1. Baris pertama dalam persamaan matrik tersebut digunakan sebagai baris pembuat NOL pada baris kedua suku pertama dengan cara mengubah bilangan pada baris pertama tersebut menjadi bilangan yang sama dengan suku pertama baris kedua. Baris pertama ini disebut dengan baris PIVOT. Pada contoh tersebut diatas, baris pertama [2 3 1] = {20} akan menjadi PIVOT untuk baris kedua [12 5 2] = {12}.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 12 & 5 & 2 \\ 4 & -6 & 9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20 \\ 12 \\ 36 \end{Bmatrix}$$

Untuk mengeliminasi angka 12 (suku pertama baris kedua), maka angka 2 (suku pertama baris pertama) harus dikalikan dengan bilangan 6. Dengan demikian seluruh bilangan pada baris PIVOT akan dikalikan angka 6. Selanjutnya kurangkan baris kedua dengan baris pertama yang sudah dikalikan dengan bilangan 6.

[12 5 2] = {12} (baris kedua)
[12 18 6] = {120} (baris pertama x 6) PIVOT
------------------------ (-)
[0 -13 -4] = {-108}

Susunan matrik barunya menjadi:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -13 & -4 \\ 4 & -6 & 9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20 \\ -108 \\ 36 \end{Bmatrix}$$

Lakukan hal sama untuk mengeliminasi suku pertama baris ketiga dengan bilangan awal 4.

[4 -6 9] = {36} (baris ketiga)
[4 6 2] = {40} (baris pertama x 2) PIVOT
------------------------ (-)
[0 -12 7] = {-4}

Susunan matrik barunya menjadi:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -13 & -4 \\ 0 & -12 & 7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20 \\ -108 \\ -4 \end{Bmatrix}$$

2. Eliminasi suku kedua pada baris ketiga persamaan matrik yang baru. Pada proses ini baris PIVOT tidak lagi berada di baris pertama persamaan matrik, karena jika hal tersebut dilakukan, maka suku pertama baris ketiga pada persamaan matriks tersebut akan menghasilkan bilangan tertentu (tidak NOL). Untuk itu baris PIVOT dipindahkan ke baris kedua persamaan matrik.

   Untuk mengeliminasi bilangan -12, maka baris kedua harus dikalikan dengan bilangan (-12/-13):

   [0 -12 7] = { -4 } (baris ketiga)
   [0 -12 -3,69] = {-99,69} {baris kedua x (12/13)} PIVOT
   ----------------------------------- (-)
   [0 0 10,69] = {95,69}

   Susunan matrik barunya:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -13 & -4 \\ 0 & 0 & 10,69 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20 \\ -108 \\ 95,69 \end{Bmatrix}$$

3. Substitusi terbalik. Proses ini diawali dari baris persamaan matrik yang terakhir, dimana pada baris ini hanya tinggal satu variabel yang tidak dikethui. Setelah variabel tersebut diperoleh, maka lanjutkan kembali pada baris diatas dan seterusnya hingga semua variabel-variabel yang tidak diketahui tersebut diperoleh.

   $10,69.X_3 = 95,69$
   $X_3 = 95,69 / 10,69 = 8,95$

   $-13.X_2 + (-4.X_3) = -108$
   $X_2 = [(-108) – (-4 \times 8,95)]/(-13) = 5,55$

   $2.X_1 + 3.X_2 + X_3 = 20$
   $X_1 = [(20)-(3 \times 5,55) – (8,95)]/(2) = -2,8$

4. Pembuktian hasil. Masukkan nilai-nilai X_1, X_2, dan X_3 ke salah satu persamaan tersebut. Jika hasilnya sama atau mendekati nilai yang ditunjukkan pada ruas kanan persamaan tersebut, maka nilai-nilai tersebut dianggap telah benar.

$2.X_1 + 3.X_2 + X_3 = 20$

(2 x -2,8) + (3 x 5,55) + (8,95) = 20 BENAR

B. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Pada metode ini persamaan matriks diubah menjadi matrik **identitas** dengan teknik pengubah yang sama dengan metode Gauss-Naïve. Sebagai contoh yang sama dengan metode sebelumnya, yaitu:

$2.X_1 + 3.X_2 + X_4 = 20$
$12.X_1 + 5.X_2 + 2.X_4 = 12$
$4.X_1 – 6.X_2 + 9.X_4 = 36$

Persamaan matriksnya:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 12 & 5 & 2 \\ 4 & -6 & 9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20 \\ 12 \\ 36 \end{Bmatrix}$$

Langkah 1, bagi baris ke-1 dengan (2), sehingga dihasilkan nilai kolom 1 baris 1 = 1:

Baris 1 / (2):	1	1,5	0,5	|	10	(baris 1')

ELIMINASI KOLOM 1

Langkah 2, eliminasi kolom ke-1 baris 2 dan 3 dengan baris 1':

Baris 2:	12	5	2	|	12	
Baris 1' x (12):	12	18	6	|	120	
-- (-)						
	0	-13	-4	|	-108	baris 2'

Langkah 3, eliminasi kolom ke-1 baris ke-3 dengan menggunakan baris 1':

Baris 3:	4	-6	9	|	36	
Baris 1' x (4):	4	6	2	|	40	
-- (-)						
	0	-12	7	|	-4	baris 3'

ELIMINASI KOLOM 2

Persamaan matriks barunya menjadi:

$$\begin{bmatrix}1 & 1{,}5 & 0{,}5\\ 0 & -13 & -4\\ 0 & -12 & 7\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}X_1\\ X_2\\ X_3\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}10\\ -108\\ -4\end{Bmatrix}\begin{matrix} baris\ 1'\\ baris\ 2'\\ baris\ 3'\end{matrix}$$

Langkah 4, bagi baris ke-2 dengan (-13) agar diperoleh nilai 1 pada baris ke-2 kolom ke-2:

Baris 2' / (-13):	0	1	0,3	|	8,3	baris 2''

Langkah 5, eliminasi baris 1' dengan menggunakan baris 2'' sebagai pivot-nya:

Baris 1':	1	1,5	0,5	|	10	
Baris 2'' x (1,5):	0	1,5	0,45	|	12,45	(-)
	1	0	0,05	|	-2,45	baris 1''

Langkah 6, eliminasi baris 3' dengan tetap menggunakan baris 2'' sebagai pivot:

Baris 3':	0	-12	7	|	-4	
Baris 2'' x (-12)	0	-12	-3,6	|	-99,6	(-)
	0	0	10,6	|	95,6	baris 3''

Persamaan matriks barunya menjadi:

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0{,}05\\ 0 & 1 & 0{,}3\\ 0 & 0 & 10{,}6\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}X_1\\ X_2\\ X_3\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}-2{,}45\\ 8{,}3\\ 95{,}6\end{Bmatrix}\begin{matrix} baris\ 1''\\ baris\ 2''\\ baris\ 3''\end{matrix}$$

ELIMINASI KOLOM 3

Langkah 7, bagi baris 3'' dengan (10,6) agar diperoleh nilai 1 pada baris ke-3 kolom ke-3:

Baris 3'' / (10,6):	0	0	1	|	9	baris 3'''

Langkah 8, eliminasi baris 1'' dengan menggunakan baris 3''' sebagai pivot-nya:

Baris 1'':	1	0	0,05	|	-2,45
Baris 3''' x (0,05):	0	0	0,05	|	0,45

-- (-)						
	1	0	0	|	-2,9	baris 1’’’

Langkah 9, eliminasi baris 2’’ dengan menggunakan baris 3’’’ sebagai pivot-nya:

Baris 2’’:	0	1	0,3	|	8,3	
Baris 3’’’ x (0,3):	0	0	0,3	|	2,7	
-- (-)						
	0	1	0	|	5,6	baris 2’’’

Persamaan matriks barunya menjadi:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2{,}9 \\ 5{,}6 \\ 9 \end{Bmatrix} \begin{matrix} baris\ 1''' \\ baris\ 2''' \\ baris\ 3''' \end{matrix}$$

Dengan demikian, dengan menggunakan perkalian matriks diperoleh nilai X_1, X_2, dan X_3, yaitu:

X_1 = -2,9
X_2 = 5,6
X_3 = 9
Bandingkan hasil tersebut dengan hasil yang diperoleh berdasarkan metode eliminasi Gauss Naïve.

=== SELESAI ===